Programa-Me 2011
Problemas de la sesión de prueba on-line

Ejercicios realizados por

Facultad de Informática

Universidad Complutense de Madrid

I.E.S. Antonio de Nebrija (Móstoles)

Realizado en

CONSEJERÍA DE EDUCACIÓN Comunidad de Madrid

IES Antonio de Nebrija. Móstoles

Contents

Autores de los problemas:

- Marco Antonio Gómez Martín (Universidad Complutense de Madrid)
- Pedro Pablo Gómez Martín (Universidad Complutense de Madrid)
- Patricia Díaz García (I.E.S. Antonio de Nebrija - Móstoles)

A
Constante de Kaprekar

El matemático indio Dattaraya Ramchandra Kaprekar descubrió en 1949 una curiosa característica del número 6174. Hoy, se conoce a dicho número como *constante de Kaprekar* en honor a él.

El número es notable por la siguiente propiedad:

1. Elige un número de cuatro dígitos que tenga al menos dos diferentes (es válido colocar el dígito 0 al principio, por lo que el número 0009 es válido).
2. Coloca sus dígitos en orden ascendente y en orden descendente para formar dos nuevos números. Puedes añadir los dígitos 0 que necesites al principio.
3. Resta el menor al mayor.
4. Vuelve al paso 2.

A este proceso se le conoce como *la rutina de Kaprekar*, y *siempre* llegará al número 6174 en, como mucho, 7 iteraciones. Una vez en él, el proceso no avanzará, dado que $7641 - 1467 = 6174$.

Por ejemplo, el número 3524 alcanzará la constante de Kaprekar en 3 iteraciones:

5432 - 2345 = 3087
8730 - 0378 = 8352
8532 - 2358 = **6174**

Los únicos dígitos de cuatro cifras para los que la rutina de Kaprekar *no* alcanza el número 6174 son los *repdigits*, es decir aquellos cuyas cuatro cifras son iguales (como 1111), pues en la primera iteración se alcanzará el valor 0 y no podrá salirse de él. Es por esto que en el paso 1 se pedía explícitamente que el número inicial tuviera al menos dos dígitos diferentes.

El resto de los números de cuatro cifras terminarán siempre en el número 6174.

A continuación se muestran dos ejemplos más:

- El número 1121 necesita 5 iteraciones:

  2111 - 1112 = 0999

  9990 - 0999 = 8991

  9981 - 1899 = 8082

  8820 - 0288 = 8532

  8532 - 2358 = **6174**

- El número 1893 necesita 7:

  9831 - 1389 = 8442

  8442 - 2448 = 5994

  9954 - 4599 = 5355

  5553 - 3555 = 1998

  9981 - 1899 = 8082

  8820 - 0288 = 8532

  8532 - 2358 = **6174**

Entrada

La primera linea de la entrada contendrá el número de casos de prueba. Cada uno contendrá, en una única línea, un número a comprobar.

Salida

Para cada caso de prueba, el programa indicará el número de vueltas que se debe dar a la rutina de Kaprekar para alcanzar el **6174**. Para los números *repdigits* deberá escribir `8`. Para la propia constante de Kaprekar deberá indicar `0`.

Entrada de ejemplo

```
5
3524
1111
1121
6174
1893
```

Salida de ejemplo

```
3
8
5
0
7
```

Fuente

http://en.wikipedia.org/wiki/6174_(number)

B
Cuadrados diabólicos y esotéricos

Se considera un *cuadrado mágico diabolico* a la disposición de una serie de números enteros en un cuadrado de forma tal que la suma de los números por columna, fila y diagonales principales sea la misma. A esta suma se le llama *constante mágica* (CM). Para nuestro desarrollo consideraremos el cuadrado como una matriz con igual número de filas que de columnas.

Si suponemos n la cantidad de filas o columnas del cuadrado, un cuadrado mágico diabólico es *esotérico* cuando, además de ser diabólico, cumple las siguientes condiciones:

1. Tiene las mismas cifras que el número de casillas. Es decir, siguen la serie de números naturales de 1 a n^2

2. La suma de sus esquinas debe ser la *constante mágica 2* ($CM2$) que cumple que:

$$CM2 = \frac{4 * CM}{n}$$

3. Si n es impar:

   - La suma de las cifras de las cuatro casillas de la mitad de los laterales suman la *constante mágica 2*.
   - Si se multiplica el valor de la casilla central por 4, se obtiene la *constante mágica 2*.

22	47	16	41	10	35	4
5	23	48	17	42	11	29
30	6	24	49	18	36	12
13	31	7	25	43	19	37
38	14	32	1	26	44	20
21	39	8	33	2	27	45
46	15	40	9	34	3	28

$n = 7$
Constante mágica $= 175$
Constante mágica 2 $= 100$

Esquinas	$22 + 4 + 46 + 28 = 100$ ($CM2$)
Centro	$4 * 25 = 100$ ($CM2$)
Centro lados	$41 + 13 + 37 + 9 = 100$ ($CM2$)

4. Si n es par:

   - La suma de las *dos* casillas centrales de cada uno de los cuatro laterales suman el doble de la *constante mágica 2* ($2 * CM2$)
   - La suma de las cuatro casillas centrales da como resultado la *constante mágica 2*.

1	63	62	4	5	59	58	8
56	10	11	53	52	14	15	49
48	18	19	45	44	22	23	41
25	39	38	28	29	35	34	32
33	31	30	36	37	27	26	40
24	42	43	21	20	46	47	17
16	50	51	13	12	54	55	9
57	7	6	60	61	3	2	64

$n = 8$
Constante mágica $= 260$
Constante mágica 2 $= 130$

Esquinas	$1 + 8 + 57 + 64 = 130$ ($CM2$)
Centro	$28 + 29 + 36 + 37 = 130$ ($CM2$)
Centro lados	$4 + 5 + 25 + 33 + 60 + 61 + 32 + 40 = 260$ ($2 * CM2$)

Entrada

El programa leerá de la entrada estandar un cuadrado mágico tras otro. Cada cuadrado mágico consistirá en dos líneas. La primera línea contendrá el valor de n ($2 <= n <= 1024$). La segunda línea serán los valores de las n^2 celdas, uno detrás de otro.

La entrada termina cuando al leer el tamaño del siguiente cuadrado mágico se introduce un `0`.

Salida

Para un cuadrado esotérico, el programa escribirá `ESOTERICO`, para un cuadrado mágico diabólico (no esotérico) escribirá `DIABOLICO`. Para cualquier otro cuadrado, mostrará `NO`.

Entrada de ejemplo

```
3
4 9 2 3 5 7 8 1 6
2
1 2 3 4
4
16 3 2 13 5 10 11 8 9 6 7 12 4 15 14 1
3
28 21 26 23 25 27 24 29 22
3
2 8 1 6 3 5 7 4 9
0
```

Salida de ejemplo

```
ESOTERICO
NO
ESOTERICO
DIABOLICO
NO
```

Fuente

http://es.wikipedia.org/wiki/Cuadrado_m%C3%A1gico

C
Encriptación de mensajes

Uno de los métodos más antiguos para codificar mensajes es el conocido como *cifrado Cesar*. Su funcionamiento es simple: cada una de las letras del mensaje original es sustituida por otra letra que se encuentra un número fijo de posiciones más adelante en el alfabeto.

Así, si utilizamos un desplazamiento de 2, las apariciones de la letra 'a' se sustituyen por la 'c', todas las apariciones de la 'b' por 'd', etc. El método tradicional comienza de nuevo al llegar al final del alfabeto, de forma que, con el desplazamiento de 2, la 'y' se sustituye por la 'a' y la 'z' se sustituye por la 'b'.

Los desplazamientos también pueden ser negativos; si utilizamos un desplazamiento de -1, la 'E' se convertirá en 'D', mientras que la 'a' pasará a ser 'z'.

Nuestro cifrado Cesar *no* codifica los caracteres que no sean letras anglosajonas. Así, por ejemplo, los espacios o los símbolos de puntuación no sufrirán cambio alguno.

Entrada

La entrada está formada por un número indeterminado de casos de prueba.

Cada caso de prueba consiste en una única línea cuyo primer carácter es el código de la letra 'p', seguido de un mensaje codificado con el método Cesar descrito antes utilizando el desplazamiento adecuado para que la letra 'p' se codifique con ese primer carácter.

Los casos de prueba terminan con un mensaje codificado que, una vez traducido, contiene *exactamente* la cadena "FIN". Cuando se lee este mensaje codificado el programa debe terminar sin generar ninguna otra salida más.

Salida

Para cada caso de prueba, el programa indicará el número de vocales *no* acentuadas que contiene el mensaje codificado.

Pista: Si al enviar la solución obtienes como respuesta un "time limit" o "too much output", comprueba que detectas correctamente la cadena "FIN" codificada. Si no lo haces bien, tu programa seguirá leyendo mensajes codificados y no terminará nunca.

Entrada de ejemplo

```
pEsta cadena esta sin codificar
pfin
qbfjpvBFJPV
oydhntYDHNT
xXawoaiui-Um
qGJO
```

Salida de ejemplo

```
12
1
10
8
4
```

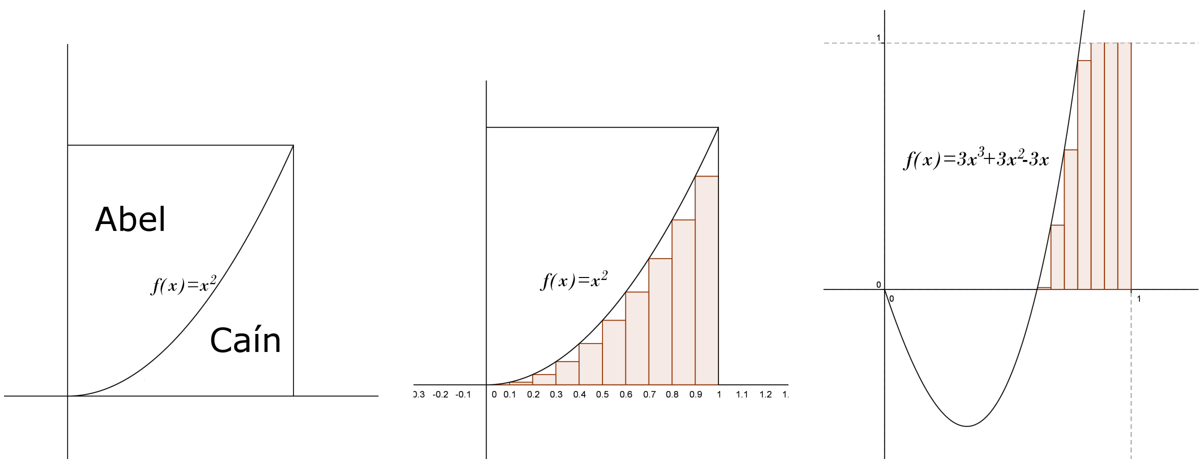
Fuente

http://es.wikipedia.org/wiki/Cifrado_Cesar

D
Problemas de herencia

Caín y Abel han heredado el pedazo de tierra de su padre y deben proceder a dividirlo en dos partes iguales. Sabiendo que la tierra es un cuadrado de una hectárea (un cuadrado de 1x1 hectómetro), lo más fácil sería dividirlo directamente por la mitad.

Sin embargo, Caín y Abel se han complicado un poco poniendo en práctica sus conocimientos matemáticos. En concreto, cada uno de ellos va proponiendo al otro una *función* $f(x)$ cuyo dibujo, al evaluarse para x entre 0 y 1, divide la tierra de su padre en dos partes; la parte de abajo irá para Caín y la parte de arriba para Abel (figura 1.a).



(a) Divisón de tierras

(b) Cálculo de Riemann

(c) Ejemplo de función que toca las tierras de vecinos

Figure 1: Problema de herencia

Nuestro cometido es ayudarles a decidir si esas funciones dividen equitativamente el terreno (así lo consideraremos cuando el área que le queda a cada uno no excede en 0.001hm^2 la del otro). En una palabra, deberemos decidir si sale ganando Caín, Abel o el trato es justo.

Para poder realizar el cálculo utilizaremos la solución que aportó el famoso matemático Riemann. Riemann asegura que se puede aproximar el área que se encuentra limitada superiormente por una función por las llamadas *sumas de Riemann*. El método consiste en considerar pequeños rectángulos todos del mismo ancho y cuya altura se corresponde con el valor de $f(x)$ de manera que el rectángulo toque en algún punto a la función. En nuestro caso, consideraremos que la toca en el *vértice superior izquierdo*. (Figura 1.b). Una buena aproximación del área total que hay por debajo de la función es la suma de todos esos pequeños rectángulos. Cuantos más rectángulos utilicemos, mejor será la aproximación (y más estrechos serán esos rectángulos). Observa que si tenemos n rectángulos, su anchura (base) es $base_i = 1/n$. Teniendo esto en cuenta, la aproximación del área total de tierra será:

$$A = \sum area_i = \sum base_i * altura_i = \sum (1/n) * altura_i = \sum_{i=0}^{n-1} (1/n) * f(i * (1/n))$$

El resultado de este cálculo será lo que mide el terreno de Caín. El terreno que le corresponde a Abel será una hectárea menos lo que le corresponda a Caín.

Ten presente que como Caín y Abel utilizan todo tipo de polinomios de coeficientes enteros, es posible que la funcion $f(x)$ se salga del terreno que han heredado (eso ocurre cuando $f(x) < 0$ o $f(x) > 1$; ver la figura 1.c). Para evitar problemas con los dueños de las tierras colindantes, hay que tener cuidado con esos casos para no sumar nada a Caín (si $f(x) < 0$) o sumarle sólo el espacio de tierra que le corresponde (si $f(x) > 1$).

Entrada

La entrada estará formada por un número indeterminado de casos en los que se introducirá el grado del polinomio (entre 0 y 19, ambos inclusive), los coeficientes en orden decreciente respecto al grado y el número de rectangulos que queremos crear. Por ejemplo, la entrada (de coeficiente 3) `3 3 -3 1` representa el polinomio $3x^3 + 3x^2 - 3x + 1$.

La entrada finalizará cuando el grado del polinomio sea 20.

Salida

Para cada caso de prueba, el programa indicará si el reparto es equitativo (escribiendo "`JUSTO`"), si sale ganando el hermano que se queda con la sección inferior ("`CAIN`") o si sale ganando el que opta por la superior ("`ABEL`"). Recuerda que el reparto es justo si la diferencia de áreas no excede 0.001hm^2.

Entrada de ejemplo

```
1
1 0
100
3
3 3 -3 0
1000
3
3 3 -3 1
1000
1
3 -1
10000
1
3 -1
2
20
```

Salida de ejemplo

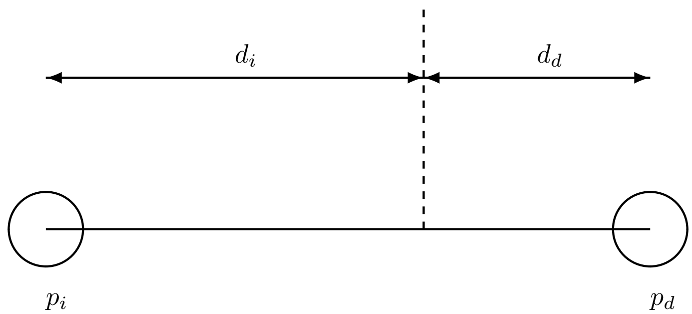
```
ABEL
ABEL
CAIN
JUSTO
ABEL
```

Fuente

http://www.dma.fi.upm.es/docencia/primerciclo/calculo/tutoriales/integracion/home.html#calculo_areas

E
Móviles

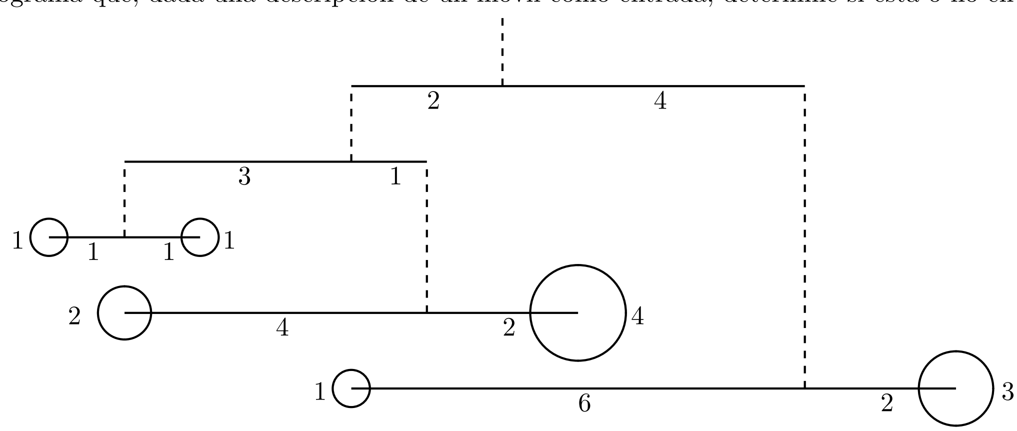
Antes de ser ese dispositivo de comunicación tan extendido, se entendía por móvil una estructura hecha con alambres y cuerdas de las que colgaban figuras coloridas, y que se colocaban sobre las cunas de los bebés para estimularles y entretenerles.



La figura representa un móvil simple. Tiene un único alambre colgado de una cuerda, con un objeto a cada lado. En realidad se puede ver como una “balanza” con el punto de apoyo en el sitio donde la cuerda está unida al alambre. Según el principio de la palanca, sabemos que está en equilibrio si el producto del peso de los objetos por sus distancias al punto de apoyo son iguales. Es decir si consideramos p_i como el peso colgado en el lado izquierdo, p_d el peso del lado derecho, y d_i la distancia desde el peso izquierdo a la cuerda y d_d de la cuerda al peso derecho, podremos decir que el móvil está en equilibrio si se cumple que $p_i * d_i = p_d * d_d$.

En móviles más complejos, cada peso puede ser sustituido por un “submóvil”. En este caso se considera el peso del submóvil como la suma de los pesos de todos sus objetos, despreciando la cuerda y los alambres. Y consideraremos que está balanceado si $p_i * d_i = p_d * d_d$ y, además los submóviles de la izquierda y los de la derecha estan a su vez balanceados.

En ese caso no es tan trivial averiguar si está o no balanceado, por lo que te pedimos que nos escribas un programa que, dada una descripción de un móvil como entrada, determine si está o no en equilibrio.



Entrada

La entrada está compuesta por una sucesión de casos de prueba, cada una representando un móvil.

Un móvil se describe con una o más lineas, cada una de ellas conteniendo cuatro números enteros positivos, separados por un único espacio. Esos cuatro enteros representan las distancias de los extremos al punto de apoyo, así como sus pesos, en el orden p_i, d_i, p_d, d_d.

Si p_i o p_d (alguno de los pesos) es 0, en el extremo habrá colgado un *submóvil*, que estará descrito a continuación. Si un móvil tiene un submóvil en cada lado, primero se describirá el submóvil izquierdo.

La entrada finalizará con un móvil especial, `0 0 0 0`, indicando que no tiene pesos ni distancias y, por tanto, no hay móvil.

Salida

Para cada caso de prueba, el programa indicará `SI` si el móvil que representa está en equilibrio, y `NO` en otro caso. Recuerda que se dice que un móvil está en equilibrio si *todos sus submóviles* y él mismo lo están.

Entrada de ejemplo

```
0 2 0 4
0 3 0 1
1 1 1 1
2 4 4 2
1 6 3 2
0 1 3 4
2 3 3 2
0 0 0 0
```

Salida de ejemplo

```
SI
NO
```

Fuente

Este ejercicio es una adaptación del problema número 839 del *problem set VIII* del juez on-line de la Universidad de Valladolid. http://uva.onlinejudge.org/external/8/839.html

F
Ventas

Debido a la crisis, el bar de Javier ha notado un descenso de las consumiciones. Además, según dicen en los telediarios, la ley antitabaco le está perjudicando aún más. Cómo no termina de creerse todo lo que dicen en la televisión, ha decidido hacer un estudio de mercado semanal de su establecimiento. Para ello, ha estado apuntando la caja diaria que se ha realizado en las últimas semanas. Le gustaría saber qué día de la semana se producen el mayor y el menor número de ventas, y si las ventas del domingo superan a la media semanal. De esta manera podrá establecer estrategias de marketing que le permitan recuperar algo de las ganancias perdidas.

Javier abre su bar todos los días menos los Lunes, que utiliza para descansar.

Realiza un programa que ayude a Javier en su cometido. Dada una lista de valores correspondiente a una semana nuestro programa deberá decirle a Javier el día de la semana que más y menos ha vendido, y si las ventas del domingo superan la media.

Entrada

El programa recibirá una lista de semanas a evaluar. Cada semana constará de un valor para cada día. El número de semanas es indeterminado. El programa terminará de ejecutarse cuando para el primer día de la semana se indique una venta de `-1`.

Salida

Para cada caso de prueba, el programa escribirá una línea conteniendo dos días de la semana (`MARTES`, `MIERCOLES`, `JUEVES`, `VIERNES`, `SABADO` o `DOMINGO`). El primero indicará el día de más ventas y el segundo el de menos. Después se indicará un `SI` si el domingo se realizaron más ventas que la media semanal, y `NO` en caso contrario. Las tres palabras se separarán entre ellas por un tabulador.

Si hay empate en alguno de los valores de ventas mínimo y máximo, se especificará `EMPATE`.

Entrada de ejemplo

```
185.50
250.36
163.45
535.20
950.22
450.38
-1
```

Salida de ejemplo

```
SABADO JUEVES SI
```